

Снижение беспилотного летательного аппарата по спирали

А.В. ГОМЗИН,
гл. конструктор,
Е.В. ФЕСЕНКО,
нач. отдела
(ОАО «ОКБ "Сокол"»),
В.Г. ШАТАЕВ,
д-р техн. наук
(КГТУ-КАИ, Казань)
falcon@i-set.ru

Рассмотрено интенсивное неустановившееся снижение по спирали беспилотного летательного аппарата с выходом на цель (объект) на расчетной высоте и обеспечением заданной минимальной скорости полета. Разрешающие уравнения, описывающие движение центра масс ЛА, решены численно шагами по времени. Исследовано влияние управляющих параметров на радиус спирали, скорость и время маневра.

Исследование, интенсивное снижение, спираль, беспилотный летательный аппарат, цель.

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) все шире применяются для мониторинга критических участков поверхности, доставки грузов к цели (наземному или надводному объекту). При этом возникает задача быстрого спуска с высоты крейсерского полета без потери цели, особенно если она подвижная. Одним из перспективных вариантов решения этой задачи является режим снижения по спирали.

Снижение по спирали с выходом на цель на определенной высоте и скорости полета можно разбить на три этапа.

1. Интенсивное снижение по спирали с постоянным углом наклона траектории θ .

2. Выход из спирали в горизонтальный полет на заданной высоте. На этом этапе угол наклона траектории уменьшается до $\theta \approx 0$, происходит гашение скорости полета.

3. Движение в горизонтальной плоскости. На этом этапе происходит дальнейшее торможение ЛА с выходом на цель.

Уравнения движения центра масс БЛА без учета скольжения имеют вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{G}{g} \frac{dV}{dt} &= P \cos(\alpha - \varphi) - Q - G \sin \theta; \\ \frac{G}{g} V \frac{d\theta}{dt} &= P \sin(\alpha - \varphi) \cos \gamma + Y \cos \gamma - G \cos \theta; \\ \frac{G}{g} V \cos \theta \frac{d\psi}{dt} &= P \sin(\alpha - \varphi) \sin \gamma + Y \sin \gamma, \end{aligned} \quad (1)$$

где G – вес аппарата; V – скорость полета; P – тяга силовой установки; Q – лобовое сопротивление; Y – подъемная сила; γ – угол крена; α – угол атаки; φ – угол наклона вектора тяги; ψ – угол поворота траектории.

Пренебрегая углом $(\alpha - \varphi)$, получим более простые соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{G}{g} \frac{dV}{dt} &= P - Q - G \sin \theta; \\ \frac{G}{g} V \frac{d\theta}{dt} &= Y \cos \gamma - G \cos \theta; \\ \frac{G}{g} V \cos \theta \frac{d\psi}{dt} &= Y \sin \gamma. \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения (2) применимы для исследования неустановившейся спирали, выража, пикирования, боевого разворота и других маневров без скольжения.

Второе уравнение системы (2) представим так:

$$d\theta/dt = g/V (n_y \cos \gamma - \cos \theta), \quad (3)$$

где $n_y = Y/G$ – нормальная перегрузка.

Приняв во внимание, что

$$d\psi/dt = \cos \theta V/r, \quad (4)$$

где r – радиус спирали (в горизонтальной плоскости), третье уравнение системы можно записать так:

$$r = \frac{V^2 \cos^2 \theta}{g n_y \sin \gamma} = \frac{2G \cos^2 \theta}{g S C_{\rho} \sin \gamma}, \quad (5)$$

где S, ρ – площадь крыла и плотность воздуха, соответственно.

С учетом выполненных преобразований разрешающие уравнения запишем в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{g}{G} (P - Q - G \sin \theta); & \frac{d\theta}{dt} &= \frac{g}{V} (n_y \cos \gamma - \cos \theta); \\ r &= \frac{V^2 \cos^2 \theta}{g n_y \sin \gamma}; & \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь добавлено четвертое уравнение, устанавливающее связь параметров V, θ и r с высотой полета, так как решение системы зависит от H .

При расчете траектории движения центра масс по спирали начало ортогональной стартовой системы координат $0xuz$ поместим на поверхности земли, ось y направим вертикально вверх, ось z – перпендикулярно горизонтальной проекции вектора скорости в начальный момент времени. Тогда $dx = V \cos \theta \cos \psi dt$, а $dz = -V \cos \theta \sin \psi dt$.

Интегрируя эти уравнения от 0 до t , получим:

$$x = \int_0^t V \cos \theta \cos \psi dt + x(0); \quad z = -\int_0^t V \cos \theta \sin \psi dt + z(0),$$

где $x(0), z(0)$ – координаты центра масс при $t = 0$.

Таким образом, вычисление координат в горизонтальной плоскости сводится к простым квадратурам, а координата по высоте $y = H$.

Этап I. При расчете этого этапа полагаем, что угол наклона траектории $\theta = \text{const}$. Следовательно, $d\theta/dt = 0$ и второе уравнение системы (6) можно представить так:

$$n_y = \cos\theta / \cos\gamma. \quad (7)$$

Заметим, что, согласно формулам (5) и (7), при фиксированных значениях γ и θ нормальная перегрузка по траектории постоянна, а радиус спирали прямо пропорционален квадрату скорости полета. Минимальный радиус кривизны достигается при полете на малой скорости и максимальном угле крена. Полагая, что при этом $C_y = C_{y\text{бел}}$, а $\sin\gamma = 1$, из уравнения (5) получим:

$$r_{\text{min}} \approx \frac{2G \cos^2 \theta}{g S C_{y\text{бел}} \rho},$$

где $C_{y\text{бел}}$ – допустимое по условиям безопасности предельное значение коэффициента подъемной силы.

Численное решение задачи проводим в следующем порядке. Для принятой высоты начала снижения $H = H_0$, скорости $V = V_0$ и выбранных углов θ и γ вычисляем перегрузку n_y и коэффициент подъемной силы $C_y = 2G n_y / (S \rho V^2)$, по C_y , используя поляру БЛА, находим коэффициент лобового сопротивления C_x , определяем силу Q .

Задав шаг достаточно малым шагом интегрирования Δt , вычисляем приращения скорости ΔV_1 , высоты ΔH_1 . Находим новые значения скорости ($V_1 = V_0 + \Delta V_1$), высоты ($H = H_0 + \Delta H_1$), плотности воздуха, коэффициентов C_y и C_x (лобового сопротивления). Определяем новые приращения ΔV , ΔH и т.д. Радиус спирали находим по формуле (5) в зависимости от скорости и угла крена, угол ψ – численным интегрированием уравнения (4). Следим за выполнением ограничений по прочности и безопасности: $n_y \leq n_{y\text{max}}^2$, $C_y \leq C_{y\text{бел}}$, где $n_{y\text{max}}^2$ – максимальное значение коэффициента перегрузки.

Предельная нисходящая спираль. Спираль, при выполнении которой перегрузка равна максимально допустимой по условиям прочности ($n_y \leq n_{y\text{max}}^2$) и безопасности ($C_y \leq C_{y\text{бел}}$), будем называть предельной. В этом случае угол крена по траектории изменяется согласно формуле $\cos \gamma = \cos \theta / n_y$. Однако в начале спуска, когда скорость мала, перегрузка ограничена предельным значением коэффициента подъемной силы: $n_y = C_{y\text{бел}} S \rho V^2 / (2G)$.

Установившаяся нисходящая спираль. Для установившейся спирали скорость, углы наклона траектории и крена с течением времени не изменяются [3]. Основные уравнения для этого случая упростятся, и их можно записать так:

$$P - Q = G \sin \theta; \quad (8)$$

$$n_y = C_y \frac{S \rho V^2}{2G} = \frac{\cos \theta}{\cos \gamma}; \quad r = \frac{V^2 \cos^2 \theta}{g n_y \sin \gamma}.$$

Алгебраические уравнения (8) позволяют легко оценить параметры установившегося участка снижения. Заметим, что речь идет о квазиустановившемся процессе, так как при снижении плотность воздуха непрерывно изменяется.

Некоторые результаты выполненных расчетов этапа I снижения по спирали для трех случаев представлены в табл. 1, где V_0 , V_{max} – скорости входа и выхода из спирали, $n_{y\text{max}}$, r_{max} – максимальные значения нормальной перегрузки и радиуса спирали, t – время снижения с высоты 4000 м до высоты 500 м. Первые два случая соответствуют предельной спирали. Для случая 0.1 рис. 1 иллюстрирует изменение основных параметров спирали по скорости полета (а) и траекторию движения центра масс в плане (б).

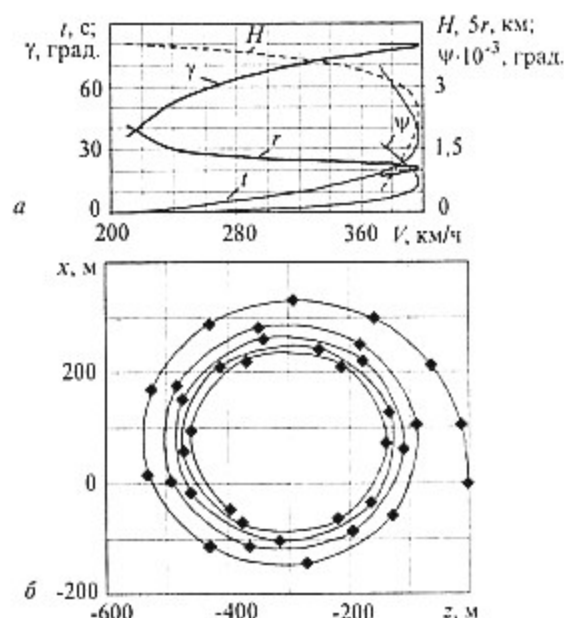


Рис. 1. Предельная спираль с высоты 4000 до 500 м (случай 0.1)

Во всех случаях тяга силовой установки принята равной нулю, снижение выполнялось с выдвинутыми интерцепторами, $n_{y\text{max}}^2 = 5$, $C_{y\text{бел}} = 1,08$.

Видно, что предельная спираль обеспечивает минимальный радиус кривизны и меньшую скорость на

Таблица 1

Расчетный случай	H, м	θ, град.	γ, град.	V ₀ , км/ч	V _{max} , км/ч	n _{ymax}	r _{max} , м	t, с
0.1	4000 ... 500	-30	36 ... 79,6	210	372	4,79	413	69
0.2	4000 ... 500	-45	49 ... 81,9	210	563	5	257	42
0.3	4000 ... 3000	-30	35	210	537	1,06	1980	56
	3000 ... 500		52			1,41		

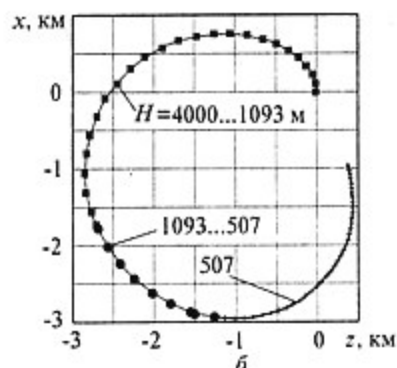
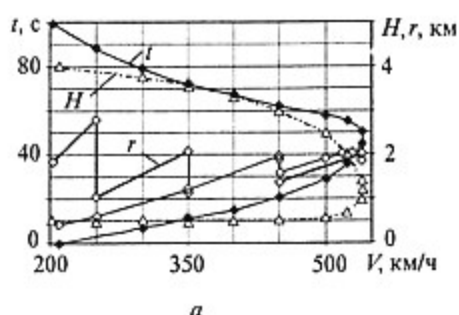


Рис. 2. Снижение по спирали с высоты 4000 м с выходом на 500 м без «проседания» (случай 1.1): а – изменение основных параметров по скорости полета; б – траектория движения центра масс в плане

выходе из спирали. Однако реализация предельного режима снижения по спирали представляет определенные трудности, так как угол крена по траектории меняется и достигает больших значений. В дальнейшем рассмотрены случаи неопределенных спиралей с меньшими значениями углов крена, которые ступенчато изменяются по траектории. В случае 0.3 это привело к уменьшению времени спуска и увеличению максимальных значений скорости и радиуса кривизны.

Этап 2. Этап выхода из спирали можно реализовать в различных вариантах:

1) выход из спирали на расчетную высоту без потери высоты («проседания»);

2) выход из спирали с «проседанием»;

3) выход из спирали с «проседанием», «горкой» и последующим снижением до расчетной высоты (в этом случае третий этап может отсутствовать).

Из второго уравнения системы (6) следует, что нормальную перегрузку можно представить в виде

$$n_y = C_y S \frac{\rho V^2}{2G} = \frac{1}{\cos \gamma} (\Delta n + \cos \theta). \quad (9)$$

Приняв во внимание, что

$$d\theta/dt = V/R; \quad dt = dH/(V \sin \theta),$$

получим

$$\Delta n = \frac{V}{g} \frac{d\theta}{dt} = \frac{V^2}{gR} = \frac{V^2 \sin \theta}{g} \frac{d\theta}{dH}. \quad (10)$$

Здесь R – радиус кривизны траектории в вертикальной плоскости.

Из этих выражений ясен физический смысл перегрузки Δn : она характеризует искривление траектории в вертикальной плоскости и определяет интенсивность и высоту выхода из спирали. Используя уравнение (10), получим такую формулу для приближенного назначения Δn :

$$\Delta n = \frac{V^2 \sin \theta}{g} \frac{\Delta \theta}{\Delta H},$$

где ΔH и $\Delta \theta$ – суммарное изменение высоты и угла наклона траектории при выходе из спирали, соответственно. Задав ΔH (глубиной выхода из спирали), находим потребное значение Δn , которое полагаем неизменным на этапе 2.

Алгоритм численного решения аналогичен рассмотренному для этапа 1. При вычислении приращен угла θ на шаге используем уравнение (3), записав его в конечных разностях. Шаговую процедуру продолжаем до достижения углом θ значения, достаточно близкого к нулю. Если при этом полученная высота окажется выше или ниже расчетной, изменяем высоту начала выхода из спирали и повторяем расчет.

Угол крена – основной параметр, с помощью которого можно эффективно влиять на кривизну траектории в горизонтальной плоскости. Как следует из формулы (5), скачкообразное изменение нормальной перегрузки приводит к скачкообразному изменению радиуса кривизны. Поэтому, чтобы удержать радиус r в необходимых пределах при резком изменении перегрузки, желательно изменять и угол крена.

Этап 3. Наиболее простой в реализации. Его можно представить в виде неустановившегося виража в горизонтальной плоскости. При расчете на этом этапе полагаем, что $\theta = \Delta n = 0$. Одновременно изменяем угол крена. Численно шагами по времени интегрируем систему уравнений (описывающих в этом случае неустановившийся вираж в горизонтальной плоскости) до достижения заданной минимальной скорости полета.

В целях отыскания оптимальной траектории снижения для варианта 1 был выполнен ряд численных исследований, в ходе которых изменялись значения перегрузки Δn и начального угла наклона траектории θ_0 . Результаты исследований для выхода из спирали без «проседания» даны на рис. 2 в виде графиков, а также в сводной табл. 2. На рис. 2, б для удобства анализа отдельные этапы снижения выделены тональностью линий и типом значков, соответствующих расчетным точкам.

Расчеты показали, что величина Δn в большей мере влияет на высоту выхода из спирали, но практически не изменяет суммарное время маневра t_2 . Полная нормальная перегрузка n , на участке этапа 2 близка к постоянной.

При $\theta_0 = -30^\circ$ и изменении Δn от 0,4 до 3,8 максимальное значение скорости полета фактически осталось неизменным. Величина этой скорости значительна и составляет около 540 км/ч.

Таблица 2

Расчетный случай	H , м	V , км/ч	θ , град.	γ , град.	Δn_y	n_y	t , с
1.1	4000 ... 1093	210 ... 540	-30	35; 45	0	1,06; 1,22	47,8
	1093 ... 507	540 ... 450	-30 ... 0	32	0,6	1,73 ... 1,89	14,2
	507	450 ... 203	0	40; 25; 10	0	1,31; 1,1; 1,02	37
							$t_{\Sigma} = 99$
1.2	4000 ... 584	210 ... 538	-30	35; 45	0	1,06; 1,22	55,6
	584 ... 499	538 ... 492	-30 ... 0	12	3,8	4,77 ... 4,91	3,4
	499	492 ... 203	0	40; 25; 10	0	1,31; 1,1; 1,02	39
							$t_{\Sigma} = 98$
1.3	4000 ... 1206	210 ... 539	-30	35; 45	0	1,06; 1,22	46,3
	1206 ... 500	539 ... 421	-30 ... 0	30	0,4	1,46 ... 1,62	18,7
	500	421 ... 204	0	30; 20; 10	0	1,15; 1,06; 1,02	34
							$t_{\Sigma} = 99$
1.4	4000 ... 672	210 ... 446	-20	25; 35	0	1,04; 1,15	86,6
	672 ... 500	446 ... 397	-20 ... 0	20	0,6	1,64 ... 1,70	8,9
	500	397 ... 203	0	30; 10	0	1,15; 1,02	32
							$t_{\Sigma} = 127,5$
1.5	4000 ... 1524	210 ... 587	-40	35	0	0,94	31,2
	1524 ... 500	587 ... 467	-40 ... 0	30	0,6	1,58 ... 1,85	18,8
	500	467 ... 202	0	35; 10	0	1,22; 1,02	38
							$t_{\Sigma} = 88$

Таблица 3

Расчетный случай	H , м	V , км/ч	θ , град.	γ , град.	Δn_y	n_y	t , с
2.1	4000 ... 704	210 ... 539	-30	35; 45	0	1,06; 1,22	53
	704 ... 277	539 ... 446	-30 ... 0	32	0,6	1,73 ... 1,89	12
	277 ... 415	446 ... 324	0 ... 23	32	0,6	1,89 ... 1,79	7,3
	415 ... 501	324 ... 248	23 ... 0	50	-0,7	0,34 ... 0,46	5,9
	501	248 ... 203	0	11	0	1,018	10,8
						$t_{\Sigma} = 89$	
3.1	4000 ... 778	210 ... 539	-30	35; 45	0	1,06; 1,22	52
	778 ... 350	539 ... 448	-30 ... 0	32	0,6	1,73 ... 1,89	12
	350 ... 503	448 ... 316	0 ... 26	32	0,6	1,89 ... 1,77	8
	503 ... 597	316 ... 230	26 ... -4,5	50	-0,7	0,31 ... 0,46	7
	597 ... 502	230 ... 203	-4,5	10	0	1,012	20
						$t_{\Sigma} = 99$	

Изменение угла наклона траектории с -30 до -20° увеличило полное время маневра примерно на 28 % (с 99 до 127,5 с), но существенно уменьшило максимальную скорость полета (с 540 до 448 км/ч). При $\theta_0 = -40^\circ$ максимальная скорость полета возросла с 540 до 587 км/ч, а t_{Σ} упало с 99 до 88 с.

Аналогичное исследование выполнено для остальных вариантов выхода из спирали. Их реализация несколько сложнее (надо задавать не менее двух значений Δl на этапе). Результаты расчета для двух случаев даны в табл. 3 и на рис. 3 и 4.

Случай 2.1 и рис. 3 соответствуют выходу из спирали с «проседанием», случай 3.1 и рис. 4 – с «проседанием» и «горкой».

В вариантах 1 и 3 при начальном угле наклона траектории $\theta_0 = -30^\circ$ суммарное время снижения t_{Σ} составляет около 99 с. В случае выхода из спирали с «проседанием» t_{Σ} уменьшилось до 89 с. Выполнение «горки» позволяет быстро погасить избыточную скорость ЛА. Однако последующее снижение «съедает» выигрыш во времени.

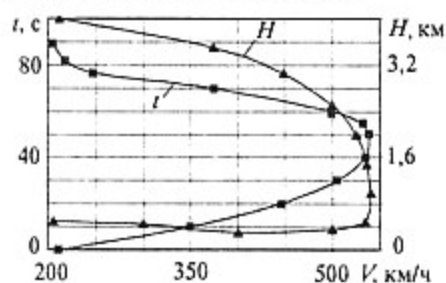


Рис. 3. Снижение по спирали с высоты 4000 м с выходом на 500 м с «проседанием» (случай 2.1)

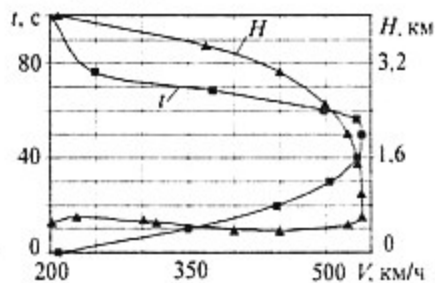


Рис. 4. Снижение по спирали с высоты 4000 м с выходом на 500 м с «проседанием» и «горкой» (случай 3.1)

Выход из спирали целесообразно выполнять при умеренных значениях перегрузки ($\Delta n = 0,6$; $n_y = 1,8$). Использование предельных значений перегрузки ($\Delta n = 3,8$; $n_y = 4,8$) не выявило каких-либо заметных преимуществ (в вариантах 2 и 3 суммарное время маневра даже увеличилось).

Уменьшение (по модулю) начального угла наклона траектории (как и применение воздушных тормозов) является эффективным средством снижения максимальной скорости при движении по спирали. Однако это приводит к увеличению полного времени выполнения маневра.

Таким образом, проведенные исследования показали, что спуск БЛА по спирали позволяет регулировать удаленность от объекта в зависимости

от функциональных возможностей целевого облучения (аппаратуры наблюдения, мониторинга) а также варьировать интенсивностью снижения и временем выполнения маневра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Остославский И.В.* Аэродинамика самолета. М.: Оборонгиз, 1957. 560 с.
2. *Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С.* Динамика полетов беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.
3. *Коровин А.Е., Новиков Ю.Ф.* Практическая аэродинамика и динамика полета самолетов Як-52 и Як-55. М.: ДОСААФ, 1989. 357 с.

Поступила в редакцию
26.11.08

Spiral Descent of an Unmanned Aerial Vehicle

A.V. GOMZIN, E.V. FESENKO, AND V.G. SHATAEV

An intensive unsteady spiral descent of an unmanned aerial vehicle with an approach to target (object) at the design altitude and specified minimal flight speed is considered. The decision equations describing the motion of the FV center-of-mass are solved by time intervals. The influence of controlling parameters on the spiral radius, the maneuver speed and time is studied.

Key words: investigation, intensive descent, spiral, unmanned aerial vehicle, target.